Lietuvos matematikos rinkinys
Lietuvos matematikų draugijos darbai, ser. B
54 t., 2013, 48–53

ISSN 0132-2818
www.mii.lt/LMR/

asimptotinis aproksimavimas

Aleksandras Krylovas[1,2], **Olga Lavcel-Budko**[1,2]

[1] *Vilniaus Gedimino Technikos Universitetas, Fundamentinių mokslų fakultetas*
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius
[2] *Mykolo Romerio universitetas, Ekonomikos ir finansų valdymo fakultetas*
Ateities g. 20, LT-08303 Vilnius
E. paštas: akr@fm.vgtu.lt, olecka@gmail.lt

Santrauka. Straipsnyje nagrinėjama dujų dinamikos diferencialinių lygčių dalinėmis sistema, kai dujų slėgį ir vidinę energiją aprašo bendrojo pavidalo būsenos lygtys. Mažos amplitudės (proporcingos ε) periodinės akustinės bangos aprašomos tokiomis sistemomis ir yra jų sprendiniai ilgajame laiko intervale $t \in [0, O(\varepsilon^{-1})]$. Tačiau sukonstruoti asimptotinį artinį, tinkamą visame intervale (tolygiai tinkamą) nėra lengva dėl atsirandančių sekuliariųjų narių pavidalo εt. Straipsnyje konstruojama tolygiai tinkama šiame intervale asimptotinė aproksimacija, kuri leidžia aprašyti akustinių bangų rezonansinę sąveiką ir apibendrina anksčiau autorių gautus rezultatus idealioms politropinėms dujoms.

Raktiniai žodžiai: dujų dinamika, akustinės bangos, rezonansai, asimptotiniai metodai.

1 Uždavinio formulavimas

Dujų dinamikos diferencialinės lygtys, kai šilumos laidumo ir klampumo koeficientai lygūs nuliui, užrašomos taip (žr., pvz., [3]):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0, \qquad \dfrac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(P + \rho u^2\right) = 0, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\rho \mathcal{E} + \rho \dfrac{u^2}{2}\right) + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\rho u \mathcal{E} + P u + \rho \dfrac{u^3}{2}\right) = 0. \end{cases} \tag{1}$$

čia ρ – dujų tankis, u – greitis, θ – temperatūra, P – slėgis, $\mathcal{E}$ – vidinė energija.

Sistema (1) papildoma būsenos lygtimis:

$$P = P(\rho, \theta), \qquad \mathcal{E} = \mathcal{E}(\rho, \theta). \tag{2}$$

Padarę elementariuosius pertvarkius, (1) sistemą perrašome taip (apatiniai indeksai t, x, ρ, θ reiškia dalines išvestines):

$$\begin{cases} \rho_t + (\rho u)_x = 0, \qquad u_t + u u_x + \dfrac{1}{\rho}(P_\rho \rho_x + P_\theta \theta_x) = 0, \\ \theta_t + u\theta_x = \dfrac{1}{\rho \mathcal{E}_\theta}\left(P - \mathcal{E}_\rho \rho^2\right) u_x. \end{cases} \tag{3}$$

2 Rymano invariantai

Pastebėję, kad (ρ_0, u_0, θ_0) – const tenkina (3) sistemą, ieškosime tokio pavidalo sprendinių:

$$\rho = \rho_0 + \varepsilon\rho_1(t,x;\varepsilon), \qquad u = u_0 + \varepsilon u_1(t,x;\varepsilon), \qquad \theta = \theta_0 + \varepsilon\theta_1(t,x;\varepsilon). \tag{4}$$

Kai ε – mažas teigiamas parametras, skleidžiame būsenos funkcijas (3) sistemoje Teiloro eilute.

Įrašę (4) į (3) ir pasinaudoję formulėmis $\frac{1}{\rho_0+\varepsilon\rho_1} = \frac{1}{\rho_0} - \frac{\varepsilon\rho_1}{\rho_0^2} + O(\varepsilon^2)$ ir $\frac{1}{(\rho_0+\varepsilon\rho_1)\mathcal{E}_\theta(\rho_0+\varepsilon\rho_1,\theta_0+\varepsilon\theta_1)} = \frac{1}{\rho_0\mathcal{E}_{0\theta}} - \varepsilon\big(\frac{\rho_1}{\rho_0^2\mathcal{E}_{0\theta}} + \frac{\mathcal{E}_{0\theta\rho}\rho_1+\mathcal{E}_{0\theta\theta}\theta_1}{\rho_0\mathcal{E}_{0\theta}^2}\big) + O(\varepsilon^2)$, perrašome (3) sistemos lygtis taip:

$$\begin{cases} \rho_{1t} + \rho_0 u_{1x} + u_0\rho_{1x} = -\varepsilon(\rho_1 u_1)_x, \\ u_{1t} + u_0 u_{1x} + \dfrac{P_{0\rho}}{\rho_0}\rho_{1x} + \dfrac{P_{0\theta}}{\rho_0}\theta_{1x} \\ \quad = -\varepsilon\biggl[u_1 u_{1x} + \dfrac{1}{\rho_0}\Bigl(P_{0\rho\rho}\rho_1 + P_{0\rho\theta}\theta_1\Bigr)\rho_{1x} + \dfrac{1}{\rho_0}(P_{0\theta\rho}\rho_1 + P_{0\theta\theta}\theta_1)\theta_{1x} \\ \qquad - \dfrac{\rho_1}{\rho_0^2}(P_{0\rho}\rho_{1x} + P_{0\theta}\theta_{1x})\biggr] + O(\varepsilon^2), \\ \theta_{1t} + u_0\theta_{1x} + \dfrac{P_0 - \mathcal{E}_{0\rho}\rho_0^2}{\mathcal{E}_{0\theta}\rho_0}u_{1x} \\ \quad = -\varepsilon\biggl[u_1\theta_{1x} - \dfrac{1}{\rho_0\mathcal{E}_{0\theta}}(P_{0\rho}\rho_1 + P_{0\theta}\theta_1 - 2\mathcal{E}_{0\rho}\rho_0\rho_1 - \mathcal{E}_{0\rho\rho}\rho_1\rho_0^2 - \mathcal{E}_{0\rho\theta}\theta_1\rho_0^2)u_{1x} \\ \qquad + \Bigl(\dfrac{\rho_1}{\mathcal{E}_{0\theta}\rho_0^2} + \dfrac{\mathcal{E}_{0\theta\rho}\rho_1 + \mathcal{E}_{0\theta\theta}\theta_1}{\rho_0\mathcal{E}_{0\theta}^2}\Bigr)\Bigl(P_0 - \mathcal{E}_{0\rho}\rho_0^2\Bigr)u_{1x}\biggr] + O(\varepsilon^2). \end{cases} \tag{5}$$

Pažymėkime $U = (\rho_1, u_1, \theta_1)^T$, $U_t = (\rho_{1t}, u_{1t}, \theta_{1t})^T$, $U_x = (\rho_{1x}, u_{1x}, \theta_{1x})^T$,

$$W = (\rho_1\rho_{1x}, \rho_1 u_{1x}, \rho_1\theta_{1x}, u_1\rho_{1x}, u_1 u_{1x}, u_1\theta_{1x}, \theta_1\rho_{1x}, \theta_1 u_{1x}, \theta_1\theta_{1x})^T,$$

$$A = \begin{pmatrix} u_0 & \rho_0 & 0 \\ \frac{P_{0\rho}}{\rho_0} & u_0 & \frac{P_{0\theta}}{\rho_0} \\ 0 & \overline{P} & u_0 \end{pmatrix}, \qquad \overline{P} = \frac{P_0 - \mathcal{E}_{0\rho}\rho_0^2}{\rho_0\mathcal{E}_{0\theta}}.$$

Tada (5) sistemą užrašome matriciniu pavidalu:

$$U_t + AU_x = \varepsilon HW + O\bigl(\varepsilon^2\bigr). \tag{6}$$

Čia matrica

$$H = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{211} & 0 & h_{213} & 0 & -1 & 0 & h_{231} & 0 & h_{233} \\ 0 & h_{312} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & h_{332} & 0 \end{pmatrix},$$

kurios nenuliniai elementai pažymėti: $h_{211} = -\frac{P_{0\rho\rho}}{\rho_0} + \frac{P_{0\rho}}{\rho_0^2}$, $h_{213} = -\frac{P_{0\rho\theta}}{\rho_0} + \frac{P_{0\theta}}{\rho_0^2}$, $h_{231} = -\frac{P_{0\rho\theta}}{\rho_0}$, $h_{233} = -\frac{P_{0\theta\theta}}{\rho_0}$, $h_{312} = \frac{P_{0\rho}-2\mathcal{E}_{0\rho}\rho_0-\mathcal{E}_{0\rho\rho}\rho_0^2}{\rho_0\mathcal{E}_{0\theta}} + \frac{P_0-\mathcal{E}_{0\rho}\rho_0^2}{\mathcal{E}_{0\theta}\rho_0^2} + \frac{P_0\mathcal{E}_{0\theta\rho}\rho_1-\mathcal{E}_{0\rho\theta}\mathcal{E}_{0\rho}\rho_0^2}{\rho_0\mathcal{E}_{0\theta}^2}$, $h_{332} = \frac{P_{0\theta}-2\mathcal{E}_{0\rho\theta}\rho_0^2}{\rho_0\mathcal{E}_{0\theta}} + \frac{P_0\mathcal{E}_{0\theta\theta}-\mathcal{E}_{0\theta\theta}\mathcal{E}_{0\rho}\rho_0^2}{\rho_0\mathcal{E}_{0\theta}^2}$.

Matricos A tikrinės reikšmes yra

$$\lambda_1 = u_0 + \lambda_0, \qquad \lambda_2 = u_0, \qquad \lambda_3 = u_0 - \lambda_0, \tag{7}$$

čia $\lambda_0 = \sqrt{\frac{\overline{P} P_{0\theta}}{\rho_0} + P_{0\rho}}$ – garso greitis.

Straipsnyje [2] buvo nagrinėjamos idealiosios politropinės dujos. Tada $P = \mathcal{R}\rho\theta$, $\mathcal{E} = c_v\theta$ ir turėsime: $\mathcal{E}_{0\rho} = 0$, $\mathcal{E}_{0\theta} = c_v$, $\overline{P} = \frac{\mathcal{R}\rho_0\theta_0}{\rho_0 c_v} = \frac{\mathcal{R}\theta_0}{c_v}$, $P_{0\theta} = \mathcal{R}\rho_0$, $P_{0\rho} = \mathcal{R}\theta_0$, $\lambda_0 = \sqrt{\mathcal{R}\theta_0\big(\frac{\mathcal{R}}{c_v} + 1\big)}$.

Bendruoju atveju funkcijos $P(\rho,\theta)$ ir $\mathcal{E}(\rho,\theta)$ gali turėti sudėtingą pavidalą. Pavyzdžiui, Van der Waals'o dujoms: $P = \frac{\mathcal{R}\theta\rho}{1-b\rho} - a\rho^2$, $\mathcal{E} = f(\theta) - a\rho$, konstantos a ir b priklauso nuo dujų molekulinių savybių. Pastebėkime, kad šiuo atveju $\mathcal{E}_{0\rho} = -a$ ir $\overline{P}$ yra teigiamas dydis.

Perrašome (6) sistemą Rymano invariantais [3]. Iš matricos A tikrinių vektorių sudarome neišsigimusią transformacijos matricą:

$$R = \begin{pmatrix} \dfrac{\rho_0}{\lambda_0} & -\dfrac{P_{0\theta}}{P_{0\rho}} & -\dfrac{\rho_0}{\lambda_0} \\ 1 & 0 & 1 \\ \dfrac{\overline{P}}{\lambda_0} & 1 & -\dfrac{\overline{P}}{\lambda_0} \end{pmatrix}.$$

Tada $R^{-1}AR = \Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$.

Pažymėkime $V = (v_1, v_2, v_3)^T$, $V_t = (v_{1t}, v_{2t}, v_{3t})^T$, $V_x = (v_{1x}, v_{2x}, v_{3x})^T$,

$$Q = (v_1v_{1x}, v_1v_{2x}, v_1v_{3x}, v_2v_{1x}, v_2v_{2x}, v_2v_{3x}, v_3v_{1x}, v_3v_{2x}, v_3v_{3x})^T$$

ir pakeiskime (6) sistemos nepriklausomą kintamąjį $U = RV$. Tada iš (6) gauname

$$RV_t + ARV_x = \varepsilon HKQ + O\big(\varepsilon^2\big), \tag{8}$$

čia $K = \|k_{ij}\|_{9\times 9}$ – matrica, kurią gauname keičiant kintamuosius:

$$\rho_1 = \alpha(v_1 - v_3) - \beta v_2, \qquad u_1 = v_1 + v_3, \qquad \theta_1 = \gamma(v_1 - v_3) + v_2,$$

čia pažymėta: $\alpha = \frac{\rho_0}{\lambda_0}$, $\beta = \frac{P_{0\theta}}{P_{0\rho}}$, $\gamma = \frac{\overline{P}}{\lambda_0}$, t. y. matricos R elementai pažymėti taip: $R = \left(\begin{smallmatrix} \alpha & -\beta & -\alpha \\ 1 & 0 & 1 \\ \gamma & 1 & -\gamma \end{smallmatrix}\right)$.

Matricos K elementus gauname grupuojant sandaugų narius. Surašome gaunamus matricos koeficientus:

$$K = \begin{pmatrix} \alpha^2 & -\alpha\beta & -\alpha^2 & -\alpha\beta & \beta^2 & \alpha\beta & -\alpha^2 & \alpha\beta & \alpha^2 \\ \alpha & 0 & \alpha & -\beta & 0 & -\beta & -\alpha & 0 & -\alpha \\ \alpha\gamma & \alpha & -\alpha\gamma & -\beta\gamma & -\beta & \gamma\beta & -\alpha\gamma & -\alpha & \gamma\alpha \\ \alpha & -\beta & -\alpha & 0 & 0 & 0 & \alpha & -\beta & -\alpha \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \gamma & 1 & -\gamma & 0 & 0 & 0 & \gamma & 1 & -\gamma \\ \alpha\gamma & -\beta\gamma & -\alpha\gamma & \alpha & -\beta & -\alpha & -\alpha\gamma & \beta\gamma & \alpha\gamma \\ \gamma & 0 & \gamma & 1 & 0 & 1 & -\gamma & 0 & -\gamma \\ \gamma^2 & \gamma & -\gamma^2 & \gamma & 1 & -\gamma & -\gamma^2 & -\gamma & \gamma^2 \end{pmatrix}.$$

Matricos R atvirkštinę matricą užrašykime taip:

$$R^{-1} = \frac{1}{2d}\begin{pmatrix} 1 & d & \beta \\ -2\gamma & 0 & 2\alpha \\ -1 & d & -\beta \end{pmatrix}, \quad \text{čia } d = \alpha + \beta\gamma \ (\det R = -2d).$$

Dauginame (8) matricinę lygtį iš kairės iš matricos R^{-1} ir gauname

$$V_t + \Lambda V_x = \varepsilon F Q + O\bigl(\varepsilon^2\bigr), \tag{9}$$

čia

$$F = R^{-1}HK = \begin{pmatrix} f_{111} & f_{112} & f_{113} & f_{121} & f_{122} & f_{123} & f_{131} & f_{132} & f_{133} \\ f_{211} & f_{212} & f_{213} & f_{221} & f_{222} & f_{223} & f_{231} & f_{232} & f_{233} \\ f_{311} & f_{312} & f_{313} & f_{321} & f_{322} & f_{323} & f_{331} & f_{332} & f_{333} \end{pmatrix},$$

ir pažymėję matricą

$$L = \begin{pmatrix} dh_{211} & -1+\beta h_{312} & dh_{213} & -1 & -d & -\beta & dh_{231} & \beta h_{332} & dh_{233} \\ 0 & 2\gamma + 2\alpha h_{312} & 0 & 2\gamma & 0 & -2\alpha & 0 & 2\alpha h_{332} & 0 \\ dh_{211} & 1-\beta h_{312} & dh_{213} & 1 & -d & \beta & dh_{231} & -\beta h_{332} & dh_{233} \end{pmatrix},$$

gauname, kad

$$F = \frac{1}{2d} LK. \tag{10}$$

Atmetame eilės $O(\varepsilon^2)$ narius ir perrašome (9) matricinę lygtį koordinatiniu pavidalu:

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + \lambda_j \frac{\partial v_j}{\partial x} = \varepsilon \sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} f_{jik} v_i \frac{\partial v_k}{\partial x}, \quad j = 1,2,3. \tag{11}$$

Pastebėkime, kad (11) pavidalas galioja esant bet kurioms būsenos lygtims (2), t. y. nepriklauso nuo dujų savybių.

3 Suvidurkintos sistemos tyrimas

Sudarykime atitinkamą suvidurkintų lygčių sistemą:

$$\frac{\partial V_j}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} f_{jik} M_j\biggl[V_i \frac{\partial V_k}{\partial y_k}\biggr], \quad j = 1,2,3. \tag{12}$$

Čia $\tau = \varepsilon t$ – lėtasis laikas, $y_j = x - \lambda_j t$ – greitasis charakteristinis kintamasis, vidurkinimo pagal charakteristikas operatoriai M_j apibrėžiami taip [2]:

$$\begin{aligned} &M_j\biggl[V_i(\tau, y_i)\frac{\partial V_k(\tau, y_k)}{\partial y_k}\biggr] \\ &\quad \equiv \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T V_i\bigl(\tau, y_j + (\lambda_j - \lambda_i)s\bigr)\frac{\partial V_k(\tau, y_j + (\lambda_j - \lambda_k)s)}{\partial y_j}\, ds. \end{aligned} \tag{13}$$

Pastebėkime, kad iš (13) integruodami dalimis, gauname $\forall(i \neq j \neq k \neq i)$

$$M_j\left[V_i \frac{\partial V_k}{\partial y_k}\right] = -\frac{\lambda_j - \lambda_i}{\lambda_j - \lambda_k} M_j\left[\frac{\partial V_i}{\partial y_i} V_k\right]. \tag{14}$$

Pereiname prie išsamesnio (12) suvidurkintos sistemos tyrimo.

Iš (10) daugindami matricas, gauname

$$f_{222} = 0, \qquad f_{213} = -f_{231} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta\gamma}(\gamma + \alpha h_{312} + \gamma h_{333}).$$

Pastebėję, kad iš (7) ir (14) formulės išplaukia, kad

$$M_2\left[V_1 \frac{\partial V_3}{\partial y_3}\right] = -\frac{u_0 - (u_0 + \lambda_0)}{u_0 - (u_0 - \lambda_0)} M_2\left[\frac{\partial V_1}{\partial y_1} V_3\right],$$

t. y.

$$f_{213} M_2\left[V_1 \frac{\partial V_3}{\partial y_3}\right] + f_{231} M_2\left[V_3 \frac{\partial V_1}{\partial y_1}\right] = 0.$$

Taigi galioja

1 teiginys. *Esant sąlygai* $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_j(0, y_j)\, dy_j = 0$, *suvidurkintos* (12) *sistemos antroji lygtis užrašoma taip*: $\frac{\partial V_2}{\partial \tau} = 0$, *t. y.* $V_2(\varepsilon t, x - u_0 t) = \varphi(x - u_0 t)$.

Dar kartą pastebėkime, kad šis teiginys įrodytas esant bet kuriems koeficientams h_{jik}, t. y. nepriklauso nuo dujų būsenos lygčių $P = P(\rho, \theta)$, $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\rho, \theta)$ ir todėl galioja bet kurioms dujoms. Taigi gauname, kad (12) sistemą galima perrašyti taip:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V_1}{\partial \tau} - f_{111} V_1 \dfrac{\partial V_1}{\partial y_1} = f_{123} M_1\left[V_2 \dfrac{\partial V_3}{\partial y_3}\right] + f_{132} M_1\left[V_3 \dfrac{\partial V_2}{\partial y_2}\right], \\ \dfrac{\partial V_3}{\partial \tau} - f_{333} V_3 \dfrac{\partial V_3}{\partial y_3} = f_{312} M_1\left[V_1 \dfrac{\partial V_2}{\partial y_2}\right] + f_{321} M_1\left[V_2 \dfrac{\partial V_1}{\partial y_1}\right]. \end{cases} \tag{15}$$

Pastebėkime, kad

$$\begin{aligned} f_{111} = f_{333} = \frac{1}{2(\alpha + \beta\gamma)}\big(&- 2\alpha + (\alpha + \beta\gamma)\big(h_{211}\alpha^2 - 1 + h_{213}\alpha\gamma + h_{231}\alpha\gamma + h_{233}\gamma^2\big) \\ &+ \beta(\alpha h_{312} - \gamma + h_{332}\gamma)\big) = \mu. \end{aligned} \tag{16}$$

Bendruoju atveju taikome (14) formulę ir perrašome (15) sistemą taip:

$$\frac{\partial V_j}{\partial \tau} - \mu V_j \frac{\partial V_j}{\partial y_j} = (f_{j2k} - 2 f_{jk2}) M_j\left[V_2 \frac{\partial V_k}{\partial y_k}\right], \quad j = 1, 3;\ k = 3, 1.$$

Pastebėkime, kad

$$\begin{aligned} f_{123} - 2 f_{132} = &\frac{1}{2(\alpha + \beta\gamma)}(\beta - (\alpha + \beta\gamma)(h_{211}\alpha\beta + h_{231}\beta\gamma - h_{231}\alpha - h_{233}\gamma) \\ &+ \beta(-\beta h_{321} + h_{332})) = \nu. \end{aligned}$$

Gauname

$$\frac{\partial V_j}{\partial \tau} - \mu V_j \frac{\partial V_j}{\partial y_j} = \nu M_j\left[V_2 \frac{\partial V_k}{\partial y_k}\right].$$

2 teiginys. *Tarkime, kad galioja* $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} V_j(0,y_j)\,dy_j = 0$ *ir pradiniu laiko momentu* $t=0$, *dujų tankis* ρ_1 *ir temperatūra* θ_1 *tenkina sąlygą*:

$$\rho_1(0,x;\varepsilon) = \frac{\rho_0^2\mathcal{E}_{0\theta}}{P_0 - \mathcal{E}_{0\rho}\rho_0^2}\theta_1(0,x;\varepsilon) + O(\varepsilon). \tag{17}$$

Tada $\forall t \in \left[0, \frac{\tau^0}{\varepsilon}\right]$ *galioja asimptotiniai artiniai*:

$$\begin{aligned}
\rho_1(t,x;\varepsilon) &= \frac{\rho_0}{\lambda_0}\big(V_1(\varepsilon t, x-(u_0+\lambda_0)t) - V_3(\varepsilon t, x-(u_0-\lambda_0)t)\big) + O(\varepsilon),\\
\theta_1(t,x;\varepsilon) &= \frac{\overline{P}}{\lambda_0}\big(V_1(\varepsilon t, x-(u_0+\lambda_0)t) - V_3(\varepsilon t, x-(u_0-\lambda_0)t)\big) + O(\varepsilon),\\
u_1(t,x;\varepsilon) &= V_1\big(\varepsilon t, x-(u_0+\lambda_0)t\big) + V_3\big(\varepsilon t, x-(u_0-\lambda_0)t\big) + O(\varepsilon).
\end{aligned}$$

Čia funkcijos V_1, V_3 *yra lygties*

$$\frac{\partial V_j}{\partial\tau} - \mu V_j\frac{\partial V_j}{\partial y_j} = 0, \quad j = 1,3. \tag{18}$$

sprendiniai.

Taigi teiginiai 1 ir 2 nustato akustinių bangų rezonansinės sąveikos atsiradimo sąlygas. Kai negalioja (17), bangos aprašomos (15) sistema, kuri išsiskaido į dvi nepriklausomas (18) lygtis, kai rezonanso nėra.

Literatūra

[1] K. Bulota ir P. Survila. *Algebra ir skaičių teorija 1.* Mokslas, Vilnius, 1989.

[2] A. Krylovas and R. Čiegis. Asymptotical approximation of the solution of one dimensional gas dynamics problem. *Math. Model. Anal.*, **6**(1):117 128, 2001.

[3] B.L. Rozhdestvenskii and N.N. Yanenko. *Systems of Quasilinear Equations and their Application to Gas Dynamics.* Nauka, Moscow, 1978.

SUMMARY

Asymptotical approximation of one dimensional gas dynamics problem

Aleksandras Krylovas, Olga Lavcel-Budko

We analyze nonlinear one dimensional gas dynamics system. The constructed asymptotic approximation which describes periodic acoustics waves resonant interaction is uniformly valid in the long time interval. The results allow to determine the resonance conditions for the emergence and summarizes the previous analyzed polytropic ideal-gas case.

Keywords: gas dynamic, acoustic waves, resonance, asymptotics methods.